

Джамшид Гараханлу, И. В. Казачков

Национальный технический университет Украины «КПИ»,
г. Киев, Украина

Разработка и исследование агрегированных математических моделей ядерных объектов со сдвиговыми аргументами

Представлены результаты по разработке и исследованию агрегированных математических моделей ядерных объектов со сдвиговыми аргументами — запаздываниями и опережениями во времени. Рассмотрены системы нелинейных дифференциальных уравнений и поставлена задача Коши. Дан анализ особенностей математической модели потенциально опасного объекта (ПОО) ядерной энергетики и проведены расчеты на ЭВМ. Модель рекомендована для исследования особенностей поведения объектов и поиска аварийных режимов, а также для тактического и стратегического планирования их развития.

Ключевые слова: агрегированная модель, запаздывание, опережение, критические режимы, потенциально опасный объект.

Джамшид Гараханлу, І. В. Казачков

Розробка та дослідження агрегованих математичних моделей ядерних об'єктів зі зсувними аргументами

Наведено результати розробки та дослідження агрегованих математичних моделей ядерних об'єктів зі зсувними аргументами — запізненнями та випередженнями в часі. Розглянуто системи нелінійних диференціальних рівнянь і поставлена задача Коші. Надано аналіз особливостей математичної моделі потенційно небезпечного об'єкта (ПНО) ядерної енергетики та проведено розрахунки на ЕОМ. Модель рекомендовано для дослідження особливостей поведінки об'єктів та пошуку аварійних режимів, а також для тактичного та стратегічного планування їх розвитку.

Ключові слова: агрегована модель, запізнення, випередження, критичні режими, потенційно небезпечний об'єкт.

© Джамшид Гараханлу, И. В. Казачков, 2012

Моделирование потенциально опасного объекта (ПОО) имеет целью установление общих закономерностей их функционирования, которые позволяют осуществлять анализ критических и катастрофических ситуаций и параметров, способных их вызвать. Поэтому разработка и исследование агрегированных динамических моделей может быть эффективным инструментом решения поставленных задач, чем и объясняется актуальность данной темы.

Исследование построенных моделей ПОО помогает также осуществить стратегическое и тактическое планирование развития объекта любого уровня (АЭС, отрасль и т. д.) на основе результатов ситуационного моделирования на ЭВМ в широком диапазоне варьируемых параметров для всевозможных сценариев. Выявленные возможные критические режимы и катастрофы должны быть изучены с целью их недопущения в работе реального объекта, причем необходимо избегать попадания в критические условия, найденные в вычислительном эксперименте на ЭВМ, контролируя параметры объекта и зная особенности его развития.

Развитие динамических моделей ПОО позволит систематизировать знания о критических ситуациях и взаимовлиянии параметров сложной системы, при которых подобные нежелательные или катастрофические последствия возможны. Кроме того, поскольку в большинстве случаев такие сложные объекты не позволяют построить их точные детерминированные модели ввиду необозримого количества параметров и неизвестности связей многих из них, изучение статистических динамических моделей позволяет выявить определяющие параметры и их взаимовлияние.

Динамические системы с запаздывающими и опережающими аргументами. Теория динамических систем представляет подходящий математический инструмент для исследования ПОО. Многие свойства реальных объектов определяются эффектом последствия, состоящего в том, что дальнейшее поведение объекта зависит не только от настоящего, но и от предыстории, а иногда также и от будущего (например, ориентирование на плановые показатели). Моделировать такие системы позволяют функционально-дифференциальные уравнения, называемые уравнениями с отклоняющимися аргументами (запаздываниями или опережениями).

Теорию систем с последствием развивали Н. В. Азбелев, Г. А. Бочаров, Е. С. Жуковский, Г. А. Каменский, Н. Н. Красовский, В. И. Максимов, В. П. Максимов, Г. И. Марчук, А. Д. Мышкис, С. Б. Норкин, Ю. С. Осипов, Л. С. Понтрягин, Л. Э. Эльсгольц, С. Н. Т. Baker, Н. Т. Banks, R. Bellman, K. L. Cooke, V. Lakshmikantham, V. Volterra и другие ученые. Полученные фундаментальные результаты теории динамических систем с запаздыванием и опережением сформировали теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимися аргументами. Эта теория в последние десятилетия применялась к различным сложным системам техники и технологии, кибернетики, экономики, социологии, экологии и биологии и многим другим, позволив получить новые интересные закономерности таких систем и процессов [1—19]. Разработаны и успешно применены различные численные алгоритмы решения задач для новых объектов и систем [4—6, 11—17]. Уравнения с опережением практически не изучены, имеются только работы в связи с их классификацией [2, 4].

Нелинейная динамическая система с запаздываниями и опережениями рассматривалась для моделирования ПОО ядерной энергетики [20—22]. Были попытки рассмотрения опережения и в моделях из других областей, например в биологии при исследовании динамики популяций

и в электротехнике при изучении передачи электрических сигналов в высоковольтных линиях электропередачи [7, 23]. А вот в теории управления движением системами с запаздыванием применение необходимых условий оптимальности в форме принципа максимума приводит к сопряженной системе с опережением [3]. Постановка основных краевых задач, рассматриваемых в приложениях, следующая:

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t), x(t - \tau_1), x(t + \tau_2)), \quad a \leq t \leq b, \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $n \in N$, $a \in R$, $b \in R$, $a < b$, τ_1, τ_2 — величины запаздывания и опережения, соответственно; f — некоторая заданная n -мерная функция. Система дифференциальных уравнений (1) с запаздыванием и опережением дополняется также соответствующими начальными данными (задача Коши).

Эффективными методами решения дифференциальных уравнений с запаздываниями и опережениями, кроме численных методов, являющихся также методы усреднения дифференциальных и интегро-дифференциальных операторов [24, 25]. Математическое моделирование динамики развития ПОО на основе динамических систем с временными сдвигами, построенных на известных статистических данных об объекте, позволяет оценить уровень безопасности объекта и динамику его развития. Одной из таких моделей является предложенная и исследованная в [20, 21] агрегированная динамическая модель развития ядерного энергетического объекта (отдельных блоков АЭС, АЭС или групп АЭС, ядерной отрасли страны или группы стран и т. д.), построенная с учетом запаздывающих и опережающих аргументов системы.

Данная модель учитывает негативные воздействия ПОО на окружающую среду и их ослабление с последующей ликвидацией, динамику развития самого объекта, изменение культуры безопасности на нем и ее влияние на показатели, включая уровень безопасности. Развитие динамических моделей ПОО позволит систематизировать знания о критических ситуациях и взаимовлиянии параметров сложной системы, при которых нежелательные или катастрофические последствия возможны. И поскольку в большинстве случаев такие сложные объекты не позволяют построить их точные детерминированные модели ввиду необозримого количества параметров и неизвестности их связей, изучение статистических динамических моделей позволяет выявить определяющие параметры и их связи.

ПОО любой природы можно рассмотреть как нелинейную динамическую модель, представленную набором взаимосвязанных определяющих параметров. В общем случае агрегированная модель может быть представлена в виде [20]

$$\frac{dx_i}{dt} = (N_i - x_i) \left(a_{i0} + \sum_{j=0}^n a_{ij} \cdot (N_j - x_j) \right), \quad (2)$$

где x_i — параметры модели; N_i — предельные возможные значения i -го параметра; a_{ij} — коэффициенты, подлежащие определению из статистических данных об объекте; n — число параметров, $i = 1, 2, \dots, n$. Строго говоря, a_{ij} могут быть некоторыми функциями времени; N_i могут варьироваться в соответствии с рассматриваемой проблемой (тактическое или стратегическое планирование, исследо-

вание критических ситуаций и т. п.). Здесь пределы изменения параметров системы (2) определяются их взаимным влиянием и близостью к предельно возможным значениям (свойство насыщения) [1].

Система нелинейных дифференциальных уравнений (2) с соответствующими начальными данными позволяет моделировать динамику развития ПОО во времени вплоть до достижения планируемых показателей или режимов, например насыщения, критических моментов в развитии объекта, катастрофических ситуаций и т. д. Переменные x_i могут представлять, например, численность работающего на объекте персонала и управленцев, количество производимой продукции, затраты на ремонт и восстановление, ликвидацию экологических последствий, уровень культуры безопасности на объекте и пр. Они могут изменяться в диапазоне от 0 до N_i (систему можно нормировать по выбранному масштабу).

Динамическая модель потенциально опасного ядерного энергетического объекта. Моделирование ПОО начинается с вычисления констант системы уравнений (2) на основе известных статистических данных об изучаемом объекте. Затем проверяется точность полученной модели на других статистических данных для установления работоспособности модели. К сожалению, для многих ПОО таких данных недостаточно, поэтому их моделирование — длительный процесс, в ходе которого происходит проверка и уточнение модели. При этом система (2) может быть рассмотрена с учетом ограничений, налагаемых по разным причинам — природным или производственным и др.

Следуя [20–22], рассмотрим модель ядерного энергетического объекта, вводя такие определяющие величины: x_1 , x_2 — численность работников и управленцев, соответственно; x_3 — общий выход производимого продукта; x_4 — затраты на ремонт и восстановление объекта; x_5 — затраты на предотвращение загрязнения окружающей среды и ликвидацию последствий от загрязнений; x_6 — уровень культуры безопасности на объекте.

Используя статистические данные о работе ПОО, можно определить связи параметров системы в соответствии с логикой функционирования объекта. Так, можно предложить измерять уровень культуры безопасности в диапазоне [0, 1], следуя идее общего закона сохранения субстанции, который формирует биполярный *Universum*, состоящий из двух противоречивых частей (высокая—низкая культура) [26, 27]. Значение $x_6 = 0$ соответствует невозможному в практике случаю полного отсутствия культуры безопасности, а $x_6 = 1$ отвечает случаю наивысшего возможного уровня культуры (дальнейший рост невозможен, также идеальный случай). Если все параметры системы отнесены к их предельным значениям, то, приняв во внимание все известные из практического опыта взаимосвязи параметров, можно представить модель ПОО (2) в безразмерном виде:

$$\frac{dy_1}{dt} = [b_{10} + b_{11}(1 - y_1) + b_{12}(1 - y_2) + b_{13}(1 - y_3)](1 - y_1),$$

$$\frac{dy_2}{dt} = [b_{20} + b_{21}(1 - y_1) + b_{22}(1 - y_2) + b_{23}(1 - y_3)](1 - y_2),$$

$$\frac{dy_3}{dt} = [b_{30} + b_{31}(1 - y_1) + b_{32}(1 - y_2) + b_{33}(1 - y_3) + b_{34}(1 - y_4) + b_{35}(1 - y_5) + b_{36}(1 - y_6)](1 - y_3),$$

$$\frac{dy_4}{dt} = [b_{40} + b_{43}(1 - y_3) + b_{44}(1 - y_4) + b_{45}(1 - y_5) + b_{46}(1 - y_6)](1 - y_4), \quad (3)$$

$$\frac{dy_5}{dt} = [b_{50} + b_{53}(1 - y_3) + b_{54}(1 - y_4) + b_{55}(1 - y_5) + b_{56}(1 - y_6)](1 - y_5),$$

$$\frac{dy_6}{dt} = [b_{60} + b_{61}(1 - y_1) + b_{62}(1 - y_2) + b_{63}(1 - y_3)](1 - y_6),$$

где $y_i = x_i/N_i, b_{ij} = a_{ij}N_j, b_{i0} = a_{i0}, y_6 = x_6$. Здесь предполагается ограничение вида $N_4 + N_5 \leq N_3$. Для безразмерного времени t в (3) выбирается характерный интервал T .

Большое значение имеет показатель уровня безопасности ПОО [20–22]

$$V = q \frac{1 + \alpha_1 y_1 + \beta_1 y_2}{1 + \alpha_2 y_1 + \beta_2 y_2} \cdot \frac{y_3 y_4 y_6}{y_5}, \quad (4)$$

где q — параметр текущего уровня технологии; α_i, β_i — эмпирические коэффициенты, подлежащие определению из решения задачи идентификации модели по данным реального развития объекта.

Выражение (4) показывает, что $V \rightarrow 0$ при $y_3, y_4, y_6 \rightarrow 0$ и $V \rightarrow \infty$ при $y_5 \rightarrow 0$. При $y_1, y_2 \rightarrow 0$ индикатор общего уровня безопасности определяется не только количеством персонала, но также уровнем как индивидуальных, так и социальных интересов.

Нелинейность моделей ПОО и критические режимы их работы. Нелинейность моделей ПОО вызывает наличие различных особых и критических режимов их работы, точек бифуркации и аттракторов, исследование которых полезно для понимания особенностей систем. Зная основные критические режимы и параметры, управляющие ими, можно оптимизировать работу ПОО и избежать катастроф. При этом особенно ценной для лица, принимающего решение (ЛПР), является информация о таких наборах параметров системы, при которых получается критический режим, выход из которого затруднен или невозможен. Следует рассмотреть возможные задержки или опережения во времени по отдельным параметрам, например в связи с конечным временем распространения или обработки информации, а также заданием плановых опережающих показателей, на которые требуют ориентироваться в работе. В общем случае можно ввести задержки во времени по каждому параметру. В свою очередь, временные задержки τ могут быть сами функциями времени.

Результаты вычислительного эксперимента, проведенного по описанной математической модели ПОО, представлены ниже на рис. 1 и 2.

Рассмотренные функции пронумерованы (x: 1–6), а начальные данные следующие:

parameter(part = 1.0, omega = 2*pi*0.1, phi = pi/2., x_0 = 0., x_max = 60.)

(y1 = 1.-0.8, y2 = 1.-0.9, y3 = 1.-0.8, y4 = 1.-0.7, y5 = 1.-0.2, y6 = 1.-0.5)

(xN1 = 5000., xN2 = 5000., xN3 = 333333., xN4 = 5000., xN5 = 5000., xN6 = 1.)

(A10 = -0.3, A11 = 1.0e-06, A12 = -1.0e-05, A13 = -1.0e-06, A14 = 1.0e-04, A15 = 1.0e-04, A16 = 0.)

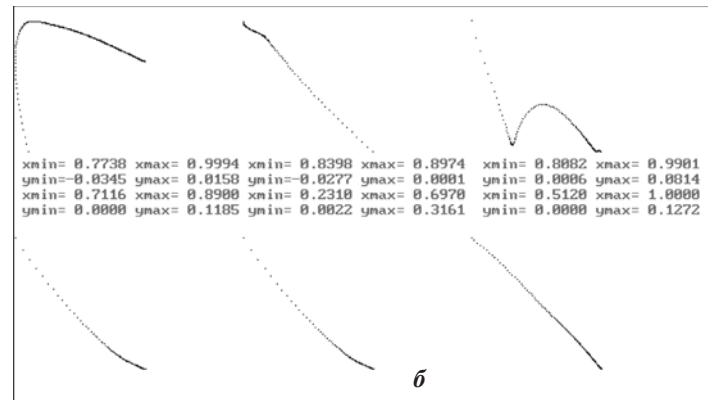
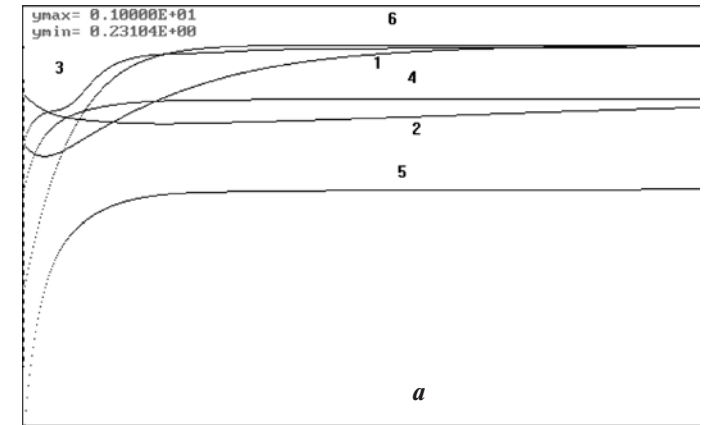


Рис. 1. Зависимость параметров ПОО (x: 1–6) от времени (a) и их фазовые портреты (б)

(A20 = -0.2, A21 = 1.0e-06, A22 = -1.0e-05, A23 = -1.0e-06, A24 = 1.0e-04, A25 = 1.0e-04, A26 = 0.)

(A30 = -0.1, A31 = -1.0e-05, A32 = -1.0e-06, A33 = -1.0e-05, A34 = 1.0e-04, A35 = 1.0e-04, A36 = -0.1)

(A40 = -0.1, A41 = +0.0e-00, A42 = +0.0e-00, A43 = 1.0e-06, A44 = -1.0e-04, A45 = -1.0e-04, A46 = -0.3)

(A50 = -0.1, A51 = +0.0e-00, A52 = +0.0e-00, A53 = 1.0e-06, A54 = -1.0e-04, A55 = -1.0e-04, A56 = -0.3)

(A60 = -0.34, A61 = 1.0e-06, A62 = 1.0e-05, A63 = 1.0e-06, A64 = +0.0e-00, A65 = +0.0e-00, A66 = 0.)

При проведении таких вычислительных экспериментов, несколько результатов которых представлены на рис. 1, 2, можно выявить интересные режимы поведения системы и в дальнейшем использовать их для оптимизации параметров ПОО. Так, на рис. 2, в показан фрагмент осциллирующего фазового портрета для третьей функции из шести функций, описывающих ПОО. Такого рода особенности могут свидетельствовать о попадании в экстремальную область параметров и начале критического режима. После определения констант модели реального объекта результаты, подобные рассмотренным, позволят избежать нежелательных режимов работы и оптимизировать систему. Например, значительные осцилляции фазовых траекторий свидетельствуют о возможности резких изменений режимов работы системы при сравнительно слабом изменении ее других параметров. Разница между представленными на рис. 1 и 2 данными невелика, но на рис. 2 видна значительная осцилляция фазовой траектории третьей функции (в данной модели — объем производимого продукта).

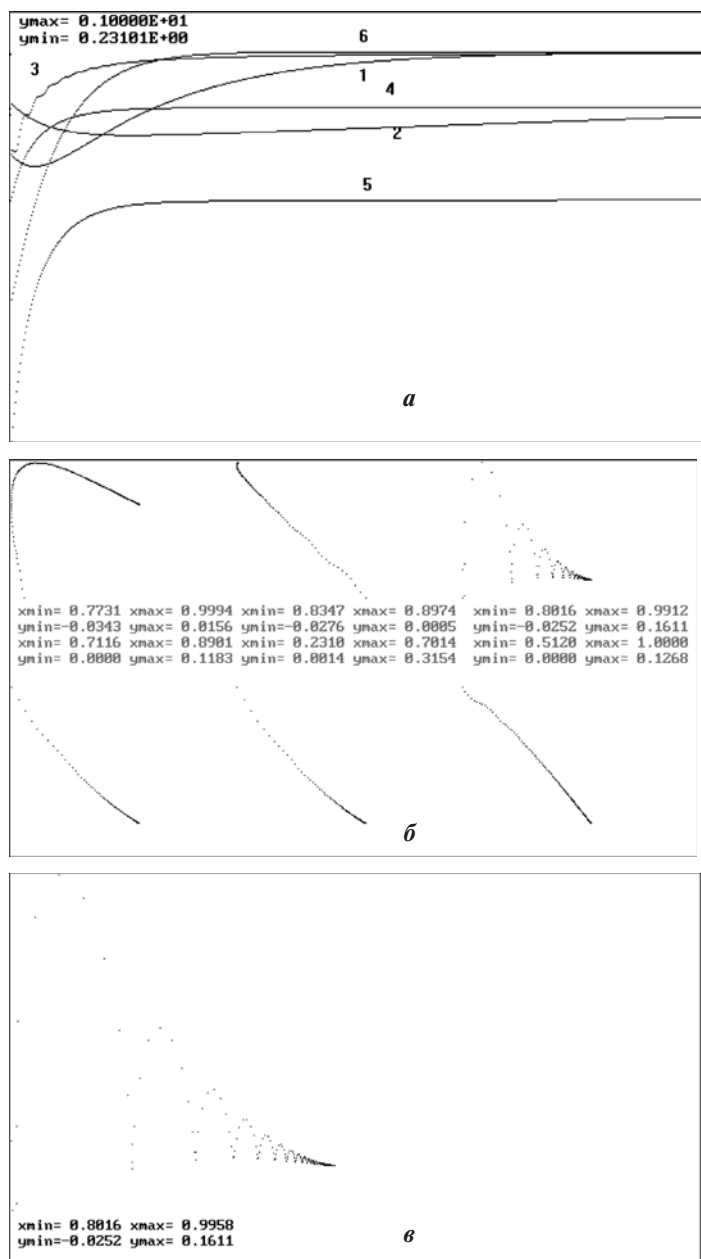


Рис. 2. Зависимость параметров ПОО (x: 1–6) от времени (a) и их фазовые портреты (б — фазовые портреты параметров ПОО (x: 1–6, сверху 1–3, снизу 4–6), в — фазовый портрет x_3 в увеличенном масштабе)

Константы математической модели определяются на основе сравнения результатов вычислений по построенной модели с реальными данными одним из известных методов идентификации. В процессе создания модели большое место занимает определение значений ее параметров (параметризация, идентификация параметров). Оно проводится для каждой рассматриваемой гипотезы о структуре модели. Часто задача параметризации является некорректно поставленной, параметры локально неидентифицируемы. Иными словами, существует непрерывное множество решений. Это — отдельная проблема, которая здесь не рассматривается. Параметрическая идентификация математической модели обычно предполагает получение оценки ее параметров и соответствующей ей меры расхождения откликов модели

и эксперимента. Адекватность построенной математической модели определяют с использованием этой меры.

Тактическое и стратегическое планирование развития ПОО и задачи управления. Рассмотренная динамическая модель ПОО может быть полезной для тактического и стратегического планирования развития объекта любого уровня на основе ситуационного компьютерного моделирования в широком диапазоне варьируемых параметров для всевозможных сценариев развития. Выявленные интересные состояния и режимы, включая возможные критические режимы и катастрофы, должны быть изучены с целью получения оптимальных режимов и недопущения критических режимов, для чего необходимо избежать попадания в критические условия, найденные в вычислительном эксперименте на ЭВМ.

Дальнейшее рассмотрение модели можно проводить с позиций построения теории управления моделируемым объектом, где управляющие параметры $a_{ij}(t)$ выбирают оптимальными из условий принятых критериев. Объект может выходить на заданный режим по установленным критериям или по набору определенных критериев: минимальное время выхода на заданный режим, максимальный выход производимого продукта, минимальный вред, наносимый природе и персоналу, и т. д. Можно также рассмотреть проблему оптимального управления ПОО по заданным критериям. Для этого вводятся новые переменные $z_i = 1 - y_i$, которые позволяют упростить систему дифференциальных уравнений (3) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{dz_1}{dt} &= (b_{10} + b_{11}z_1 + b_{12}z_2 + b_{13}z_3)z_1, \\ \frac{dz_2}{dt} &= (b_{20} + b_{21}z_1 + b_{22}z_2 + b_{23}z_3)z_2, \\ \frac{dz_3}{dt} &= (b_{30} + b_{36} + b_{31}z_1 + b_{32}z_2 + b_{33}z_3 + b_{34}z_4 + b_{35}z_5 + b_{36}z_6)z_3, \\ \frac{dz_4}{dt} &= (b_{40} + b_{46} + b_{43}z_3 + b_{44}z_4 + b_{45}z_5 + b_{46}z_6)z_4, \\ \frac{dz_5}{dt} &= (b_{50} + b_{56} + b_{53}z_3 + b_{54}z_4 + b_{55}z_5 + b_{56}z_6)z_5, \\ \frac{dz_6}{dt} &= (b_{60} + b_{61}z_1 + b_{62}z_2 + b_{63}z_3)z_6. \end{aligned} \quad (5)$$

Для системы (5) записывается Гамильтониан [3]:

$$H(z, p) = \sum_{i=1}^6 p_i z_i \sum_{j=0}^6 b_{ij} z_j. \quad (6)$$

В уравнении (6) $z_0 = 1, p_i$ определяются из следующей системы уравнений:

$$\frac{dp_i}{dt} = - \left(p_i \sum_{j=0}^6 b_{ij} z_j + \sum_{j=1}^6 p_j z_j b_{ji} \right). \quad (7)$$

Таким образом, следуя (7), проблему оптимального управления ПОО можно свести к вычислению параметров $u_m(t)$ ($m = 1, 2, \dots, M$) на основании уравнений

$$\frac{dz_i}{dt} = f_i(z_1, \dots, z_6, u_1, \dots, u_6), \quad (8)$$

где $u_i(t)$ в (8) можно трактовать как положительные управляющие функции (дискретного времени) или $b_{ij}(t)$. Функционал качества можно задать в виде

$$I = \int_0^T f_0(z_i, u_m) dt, \text{ или } \dot{z}_0 = f_0(z_i, u_m), \quad z_0(0) = 0. \quad (9)$$

Оптимальное управление реализуется, когда $u_m(t)$ удовлетворяет (9) и $H(z_i, p_i, u_m) = 0$.

Принцип максимума Понтрягина дает только необходимое условие оптимального управления, но не достаточное. Поэтому может существовать множество разных решений или же решение может отсутствовать.

Анализ стационарного состояния и временных сдвигов в уравнениях модели. Анализ системы (2) показывает возможные типы стационарных решений: $x_i = N_i$, $x_i = x_i^*$, где первое является тривиальным решением, а второе (x_i^*) — решением следующей системы:

$$a_{io} + \sum_{j=1}^n a_{ij} (N_j - x_j) = 0. \quad (10)$$

Если определитель системы (10) отличен от нуля, то решение $x_i = x_i^*$ единственное. Если определитель равен нулю, возможны следующие случаи:

ненулевые миноры $(n-1)$ -го порядка, и значит, $x_i = x_i^*$ — уравнения, задающие $(n-1)$ прямую, определяющую соответствующей переменной x_i ;

миноры $(n-k)$ -го порядка ненулевые, тогда существует поверхность k -го порядка $x_i = x_i^*$ в n -мерном параметрическом пространстве.

Коэффициенты a_{ij} системы (2) необходимо вычислять на основе реальных данных о функционировании моделируемого объекта. Это проблема, состоящая в определении значений коэффициентов, которые наиболее точно описывают реальное поведение объекта. Можно, например, определять a_{ij} по условию минимума среднеквадратичного отклонения решения $x_i(t)$ от реальных данных объекта $\tilde{x}_i(t)$. Для этого вначале проводят анализ особых точек системы (2), важный для решения проблемы управления ПОО.

Во многих случаях можно в качестве первого приближения для простоты рассмотреть постоянные временные задержки τ (по крайней мере, на коротких временных интервалах это будет справедливо), тогда описанная модель ПОО будет следующей:

$$\frac{dz_1}{dt} = [b_{10} + b_{11}z_1(t - \tau_{11}) + b_{12}z_2(t - \tau_{12}) + b_{13}z_3(t - \tau_{13})]z_1(t - \tau_{10}),$$

$$\frac{dz_2}{dt} = [b_{20} + b_{21}z_1(t - \tau_{21}) + b_{22}z_2(t - \tau_{22}) + b_{23}z_3(t - \tau_{23})]z_2(t - \tau_{20}),$$

$$\frac{dz_3}{dt} = [b_{30} + b_{31}z_1(t - \tau_{31}) + b_{32}z_2(t - \tau_{32}) + b_{33}z_3(t - \tau_{33}) + b_{34}z_4(t - \tau_{34}) + b_{35}z_5(t - \tau_{35}) + b_{36}z_6(t - \tau_{36})]z_3(t - \tau_{30}), \quad (11)$$

$$\frac{dz_4}{dt} = [b_{40} + b_{43}z_3(t - \tau_{43}) + b_{44}z_4(t - \tau_{44}) + b_{45}z_5(t - \tau_{45}) + b_{46}z_6(t - \tau_{46})]z_4(t - \tau_{40}),$$

$$\frac{dz_5}{dt} = [b_{50} + b_{53}z_3(t - \tau_{53}) + b_{54}z_4(t - \tau_{54}) + b_{55}z_5(t - \tau_{55}) + b_{56}z_6(t - \tau_{56})]z_5(t - \tau_{50}),$$

$$\frac{dz_6}{dt} = [b_{60} + b_{61}z_1(t - \tau_{61}) + b_{62}z_2(t - \tau_{62}) + b_{63}z_3(t - \tau_{63})]z_6(t - \tau_{60}),$$

где τ_{ij} — константы.

Данная математическая модель (11) описывает эволюцию ПОО во времени с учетом его конкретной предыстории. Положительные временные сдвиги в системе (11) могут быть введены относительно планируемых уровней параметров, которые должны быть достигнуты. Запаздывания имеют смысл конечного времени распространения управляющих воздействий в системах управления — от управляющего к исполнителю — как непосредственно человеческих, так и автоматических.

Система (11) в представленном общем виде является сложной для компьютерного моделирования из-за множества различных запаздываний (опережений). Однако она может быть преобразована к более простой и удобной для вычислительных экспериментов в малой окрестности значений текущего времени t с использованием разложений в ряды Тейлора для функций $z_i(t - \tau_{ij})$ на основе применения теоремы Эльсгольца [2], согласно которой в разложениях функций можно ограничиться линейными членами:

$$z_i(t - \tau_{ij}) \approx z_i(t) - \tau_{ij} \dot{z}_i, \quad (12)$$

поскольку отбрасываемые нелинейные члены второго и более высоких порядков ухудшают точность. Тогда с учетом (12) все переменные в системе (11) будут аппроксимированы функциями только одной временной переменной t , а временные сдвиги войдут в виде параметров. Здесь $\dot{z} \equiv dz/dt$. Развитие данной модели и ее использование для вычислительных экспериментов на ЭВМ — отдельная тема, которая будет рассмотрена в следующей статье.

Выводы

Разработана агрегированная математическая модель потенциально опасного ядерного объекта, на основе которой можно проводить вычислительные эксперименты на ЭВМ для различных условий функционирования объекта, включая особые и аварийные режимы. Проведен анализ возможных методов решения полученных систем дифференциальных уравнений с отклоняющимися аргументами и показано, насколько существенно отклоняющиеся аргументы меняют тип решений и осложняют сам процесс решения.

Развитие динамических моделей потенциально опасных объектов позволит систематизировать знания о критических ситуациях и взаимовлиянии параметров сложной системы, при которых подобные нежелательные или

катастрофические последствия возможны. Кроме того, поскольку в большинстве случаев такие сложные объекты не позволяют построить их точные детерминированные модели, изучение статистических динамических моделей позволяет выявить определяющие параметры и их связи.

Список использованной литературы

1. Allen P. M. Evolution, Population Dynamics and Stability / Allen P. M. // Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. — 1976, March. — Vol. 73. — No. 3. — P. 665–668.
2. Эльсгольц Л. Э. Введение в теорию уравнений с отклоняющимися аргументами / Л. Э. Эльсгольц, С. Б. Норкин. — М.: Наука, 1971. — 296 с.
3. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. — М.: Наука, 1976. — 367 с.
4. Пименов В. Г. Функционально-дифференциальные уравнения: численные методы / В. Г. Пименов. — Екатеринбург: УрГУ, 1998. — 237 с.
5. Азбелев Н. В. Введение в теорию функционально-дифференциальных уравнений / Н. В. Азбелев, В. П. Максимов, Л. Ф. Рахматуллина. — М.: Наука, 1991. — 297 с.
6. Baker C. T. H. Issues in the numerical solution of evolutionary delay differential equations / Baker C. T. H., Paul C. A. H., Wille D. R. // Advances in Comput. Math. — 1995. — V. 3. — P. 171–196.
7. Yan J. Oscillation of first-order impulsive differential equations with advanced argument / J. Yan // Computers and Mathematics with Applications. — 2001. — V. 42. — № 6. — P. 1353–1363.
8. Хусаинов Д. Я. Розв'язок одновимірного рівняння теплопровідності із запізненням / Д. Я. Хусаинов, І. В. Коварж // Вісник Київ. ун-ту. Серія: фізико-математичні науки. — 2004. — № 2. — С. 362–368.
9. Самойленко А. М. Періодичні розв'язки автономних диференціальних рівнянь із запізненням / А. М. Самойленко, Л. В. Стельмащук // Нелінійні коливання. — 2000. — Т. 3. — № 4. — С. 526–534.
10. Hansheng Wu. Adaptive robust control of uncertain nonlinear systems with nonlinear delayed state perturbations // Automatica. — 2009. — V. 45. — P. 1979–1984.
11. Yanlai Liang. Almost periodic solutions for Lotka–Volterra systems with delays / Yanlai Liang, Lijie Li, Lansun Chen. // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. — 2009. — V. 14. — P. 3660–3669.
12. Svante Bjurklund. An improved phase method for time-delay estimation / Svante Bjurklund, Lennart Ljung // Automatica. — 2009. — V. 45. — P. 2467–2470.
13. Guirong Jiang. Complex dynamics in a linear impulsive system / Guirong Jiang, Qigui Yang // Chaos, Solitons and Fractals. — 2009. — V. 41. — P. 2341–2353.
14. Yuanliang Zhang. Controller design for nonlinear systems with time delay using model algorithm control (MAC) / Yuanliang Zhang, Jae Byung Park, Kil To Chong // Simulation Modelling Practice and Theory. — 2009. — V. 17. — P. 1723–1733.
15. Jian-Qiao Sun. Control studies of time-delayed dynamical systems with the method of continuous time approximation / Jian-Qiao Sun, Bo Song // Commun Nonlinear Sci Numer Simulat. — 2009. — V. 14. — P. 3933–3944.
16. Lee S. M. Delay-dependent criteria for absolute stability of uncertain time-delayed Lur'e dynamical systems / S. M. Lee, Ju H. Park // Journal of the Franklin Institute. — 2010. — N 347. — P. 146–153.
17. Liping Wen. Dissipativity and asymptotic stability of nonlinear neutral delay integro-differential equations / Liping Wen, Wansheng Wang, Yuxin Yu // Nonlinear Analysis. — 2010. — V. 72. — P. 1746–1754.
18. P. Pue-on, S. V. Meleshko. Group classification of second-order delay ordinary differential equations // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2010. — V. 15. — N 6. — P. 1444–1453.
19. Rajeev K. Azad. Information-entropic analysis of chaotic time series: determination of time-delays and dynamical coupling / Rajeev K. Azad, J. Subba Rao, Ramakrishna Ramaswamy // Chaos, Solitons and Fractals. — 2002. — V. 14. — P. 633–641.
20. Kazachkov I. V. Modelling of Potentially Hazardous Objects with Time Shifts / Kazachkov I. V., Chesnokov Ye. V. and Kazachkova O. M. // WSEAS Trans. on Business & Economics. — 2004. — Issue 3. — № 1. — P. 37–43.
21. Kazachkov I. V. Modelling of Potentially Hazardous Objects with Time Shifts / Kazachkov I. V., Chesnokov Ye. V. and Kazachkova O. M. // Abstr. Of WSEAS Conf. on Business & Economics. — 2004, Venice, Nov. 18–20, Italy.
22. Бегун В. В. Культура безопасности на ядерных объектах Украины / Бегун В. В., Бегун С. В., Широков С. В., Качков И. В., Литвинов В. В., Письменный Е. Н. — К.: НТУУ «КПИ», 2009. — 386 с.
23. Жирмунский А. В. Критические уровни в развитии природных систем / Жирмунский А. В., Кузьмин В. И. — Л.: Наука, 1990. — 224 с.
24. Плотников В. А. Метод усреднения в задачах управления / В. А. Плотников. — К.: Либидь, 1992. — 188 с.
25. Эфендиев В. В. Усреднение систем с медленными переменными / В. В. Эфендиев // Укр. матем. журнал. — 2002. — Т. 54, № 9. — С. 1265–1275.
26. Сороко Е. М. Структурная гармония систем / Е. М. Сороко. — Минск: Наука и техника, 1984. — 245 с.
27. Массинга В. Закон структурной гармонии в информационных системах / В. Массинга. — Харьков: Основа, 1999. — 40 с.

Получено 05.03.2012.